

文章编号: 1004-7220(2022)03-0410-09

# 脑 Willis 环集中参数模型的参数识别算法

秦 旺<sup>1</sup>, 余 龙<sup>1</sup>, 王盛章<sup>1</sup>, 付建辉<sup>2</sup>

(1. 复旦大学 航空航天系, 生物力学研究所, 上海 200433; 2. 复旦大学附属华山医院 神经内科, 上海 200400)

**摘要:**目的 探索3种参数识别方法(阻抗模曲线法、阻抗分量法、遗传算法)在脑 Willis 环 11 单元集中参数模型参数识别问题求解上的应用。方法 以两侧颈内动脉、椎动脉的流量和压力波形为入口条件,计算正常、两侧椎动脉狭窄情况下模型的参数值,使用 Simulink 建模对识别算法进行验证,最后对流量加一定噪声验证识别算法的稳定性。结果 正常情况下,阻抗模曲线法获得的近端阻力偏大,阻抗分量法求解的前交通动脉阻力偏大,遗传算法能获得比较合理的模型参数值。两侧椎动脉狭窄情况下,使用阻抗模曲线法能明显得到后循环近端阻力增加的结果,但使用阻抗分量法和遗传算法所得的结果主要是远端阻力有较大增幅。结论 3种方法识别出的参数计算出的压力数据和实际数据仍有差别,考虑为建模误差、源数据误差和计算误差。阻抗模曲线法在区分近端阻力变化上有一定效果,但是某些参数的识别上有较大误差。阻抗分量法能够进行参数识别,但方法不稳定,计算误差较大。遗传算法能获得比较好的近似解,但在区分椎动脉狭窄上存在一定问题。综合阻抗模曲线法和遗传算法可能在未来使用模型进行疾病诊断上发挥比较好的作用。

**关键词:** 脑 Willis 环; 集中参数模型; 参数识别; 遗传算法; 频域分析

中图分类号: R 318.01 文献标志码: A

DOI: 10.16156/j.1004-7220.2022.03.005

## Parameter Identification Algorithm of Lumped Parameter Model in the Circle of Willis

QIN Wang<sup>1</sup>, YU Long<sup>1</sup>, WANG Shengzhang<sup>1</sup>, FU Jianhui<sup>2</sup>

(1. Institute of Biomechanics, Department of Aerospace, Fudan University, Shanghai 200433, China;

2. Department of Neurology, Huashan Hospital Affiliated to Fudan University, Shanghai 200400, China)

**Abstract:** **Objective** To explore the application of three parameter identification methods (impedance modulus curve method, impedance component method, and genetic algorithm) in solving parameter identification problem of the 11-element lumped parameter model in the circle of Willis. **Methods** Using the flow and pressure waveforms of the internal carotid arteries and vertebral arteries on both sides as inlet conditions, parameter values of the model under normal and bilateral vertebral artery stenosis conditions were calculated. The recognition algorithm was verified by using Simulink models, and finally the stability of the recognition algorithm was verified by adding a certain noise to the flow. **Results** Under normal circumstances, the proximal resistances obtained by the impedance modulus curve method were larger, and the resistances of the anterior communicating artery obtained by the impedance component method were larger. The genetic algorithm could obtain relatively reasonable model parameter values. In the case of vertebral artery stenosis on both sides, the impedance modulus curve method could obviously get the results of the increasement in proximal resistances of the posterior circulation, but the results obtained by the impedance component method and the genetic algorithm mainly lied in

收稿日期: 2021-07-16; 修回日期: 2021-07-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(11872152, 32071310)

通信作者: 王盛章, 教授, E-mail: szwang@fudan.edu.cn

that the distal resistance had a larger increase. **Conclusions** There are still differences between the pressure data calculated by the parameters identified by the above three methods and the actual data, which are considered as modeling errors, source data errors and calculation errors. The impedance modulus curve method has a certain effect in distinguishing changes of the proximal and distal resistances, but there exist large errors in identification of some parameters. The impedance component method can identify the parameters, but this method is unstable with large calculation errors. Genetic algorithm can obtain a better approximate solution, but it has certain problems in distinguishing vertebral artery stenosis. The combination of impedance modulus curve method and genetic algorithm may play a better role in future application of this model for disease diagnosis.

**Key words:** Circle of Willis; lumped parameter model; parameter identification; genetic algorithm; frequency domain analysis

脑血管疾病严重威胁人类健康,其发病率高、死亡率高。临床研究发现,脑血管疾病和脑循环动力学参数异常改变密切相关。临床和动物实验显示,许多脑血管疾病发病前期,其血液动力学参数(如血管壁弹性、小血管阻力、特征阻抗等)已有显著改变,早于形态学改变<sup>[1-3]</sup>。准确无创地检测脑血管血液动力学参数对于脑血管疾病的早期诊断、脑血管疾病治疗措施疗效的客观评价有十分重要的意义。

脑血管几何形态及动力学状态都较复杂,对其动力学参数的直接观测十分困难。脑 Willis 环作为脑血管最重要的血流分配系统,是位于脑底部的环状结构,能够动态调节脑部血液的供给。对脑 Willis 环最早的研究主要使用水动力学方法<sup>[4]</sup>和数学仿真方法<sup>[5-7]</sup>,此后集中参数模型被广泛应用。Hillen 等<sup>[8-9]</sup>将 Willis 环简化为 1 个 18 根血管的网络模型[见图 1(a)]。各段所代表的血管及相关参数见表 1。

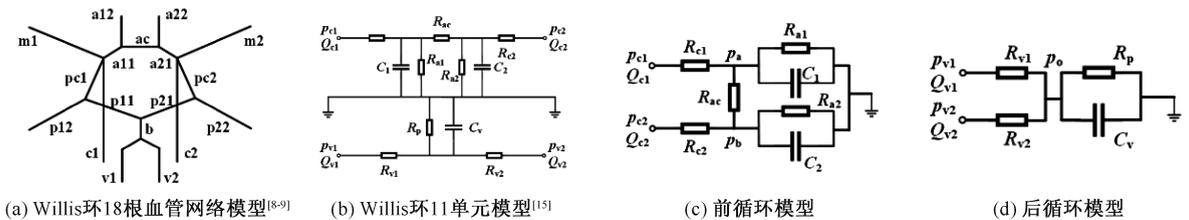


图 1 Willis 环模型

Fig.1 Willis model (a) A network model of 18 blood vessels in the circle of Willis<sup>[8-9]</sup>, (b) Eleven-element Willis model<sup>[15]</sup>, (c) Anterior circulation, (d) Posterior circulation

表 1 人脑 Willis 环解剖数据与血管阻力、顺应性<sup>[18]</sup>

Tab.1 Anatomical data, vascular resistance and compliance of the circle of Willis in human brain<sup>[18]</sup>

动脉	分支符号		直径/cm	长度/cm	阻力/ (Pa·s·cm <sup>-3</sup> )	顺应性·(W <sub>v</sub> ) <sup>2</sup> / [cm <sup>5</sup> ·(Pa·s <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup> ]
	左	右				
颈内动脉	c1	c2	0.40	25.0	159.2	31.40
椎动脉	v1	v2	0.30	20.0	246.9	14.10
前动脉 I	a11	a12	0.25	2.0	83.4	0.98
前动脉 II	a21	a22	0.25	5.0	208.6	2.45
中动脉	m1	m2	0.35	7.0	76.0	6.73
后交通动脉	pc1	pc2	0.12	2.0	1 572.1	0.23
后动脉 I	p11	p12	0.30	2.0	40.2	1.41
后动脉 II	p21	p22	0.30	7.0	140.8	4.95
基底动脉		b	0.40	3.0	19.1	3.77
前交通动脉		ac	0.15	0.5	160.9	0.09

注:W<sub>v</sub> 为该血管段脉搏波平均波速,W<sub>v</sub> 单位:cm/s。

有研究团队先后建立了模拟全脑血液流动的定常流集中参数模型和脉动流集中参数模型及其控制方程,并提出反问题的求解方法<sup>[10-14]</sup>。龚剑秋等<sup>[15]</sup>提出简化的 Willis 环 11 单元模型,该模型基于 Westerhof 等<sup>[16]</sup>提出的三单元模型,将大脑分为左前、右前、后部三部分。杨金凤等<sup>[17]</sup>将脑血管建模为集中参数模型并耦合到三维颈动脉,进行单向、双向耦合对比分析。

血管阻抗自提出以来,在血液动力学分析中广泛应用<sup>[18-19]</sup>;从最基本的作为计算流体力学仿真的边界条件<sup>[20]</sup>到各种血液动力学模型的模拟<sup>[21-22]</sup>,再到血管树结构的阻抗计算分析<sup>[23-25]</sup>与一维管流方程的求解<sup>[26]</sup>。通过这种频域阻抗分析的方法,可以更好地描述血管等效电路模型中电路元件的数值变化,从而更清晰地显示压力、流量波形所反映的血流阻力、血管顺应性等信息。

遗传算法是一种被广泛应用的智能算法,其应用包括但不止于组合优化<sup>[27]</sup>、参数识别<sup>[28]</sup>、非线性方程组的求解<sup>[29]</sup>。区别于牛顿迭代法需要梯度信息,遗传算法根据适应度函数进行最优解的搜寻,因而其在求解非线性问题、参数识别上具有与生俱来的优势<sup>[30]</sup>。

本文基于 Willis 环 11 单元模型,对比分析阻抗模曲线法、阻抗分量法、遗传算法参数识别的效果,为未来应用模型及算法进行脑血管疾病的早期筛查奠定基础。

## 1 材料和方法

为评估 3 种方法的识别效果,使用 MATLAB R2019b (MathWorks 公司,美国)构建代码,进行正常、两侧椎动脉狭窄、正常血流叠加随机噪声 3 类情况下的参数识别工作。使用 Simulink R2019b (MathWorks 公司,美国)建立 Willis 环 11 单元前循环和后循环电路模型进行压力的计算。分析不同算法在识别参数方面的差异。

### 1.1 Willis 环 11 单元模型

本文所用的模型如图 1(b) 所示,参数含义如下: $p_{c1}$ 、 $p_{c2}$ 、 $p_{v1}$ 、 $p_{v2}$  分别表示左右颈内动脉和左右椎动脉入口的压力; $Q_{c1}$ 、 $Q_{c2}$ 、 $Q_{v1}$ 、 $Q_{v2}$  分别表示左右颈内动脉和左右椎动脉入口的流量; $R_{c1}$ 、 $R_{c2}$ 、 $R_{v1}$ 、 $R_{v2}$  分别表示左右颈内动脉和左右椎动脉的阻力亦即

近端阻力; $R_{ac}$  表示前交通动脉的阻力, $R_{a1}$ 、 $R_{a2}$ 、 $R_p$  分别表示大脑左前、右前和后部的远端阻力; $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_v$  分别表示大脑左前、右前和后部的顺应性。

### 1.2 控制方程导出

根据 Willis 环 11 单元模型的特征将其重新划分为前循环和后循环[见图 1(c)、(d)],导出其控制方程。下面公式中,用字母上方加横线表示平均值,字母上方加波浪号表示其傅里叶变换所得的频域量, $j$  表示虚数单位。

对于前循环,设  $p_a$ 、 $p_b$  分别为前交通动脉左右两侧的压力,则前循环控制方程为:

$$\frac{p_a}{R_{a1}} + C_1 \cdot \frac{dp_a}{dt} = Q_{c1} - \frac{(p_a - p_b)}{R_{ac}} \quad (1)$$

$$\frac{p_b}{R_{a2}} + C_2 \cdot \frac{dp_b}{dt} = Q_{c2} - \frac{(p_b - p_a)}{R_{ac}} \quad (2)$$

$$p_a = p_{c1} - R_{c1} \cdot Q_{c1} \quad (3)$$

$$p_b = p_{c2} - R_{c2} \cdot Q_{c2} \quad (4)$$

对方程(1)、(2)在周期  $T$  上进行积分,则可得定常阻力的表达式:

$$\frac{\bar{p}_{c1}}{\bar{Q}_{c1}} = R_{c1} + \frac{R_{a1} \times R_{ac}}{R_{a1} + R_{ac}} \cdot \left( 1 + \frac{\bar{p}_{c2} - R_{c2} \times \bar{Q}_{c2}}{R_{ac} \times \bar{Q}_{c1}} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\bar{p}_{c2}}{\bar{Q}_{c2}} = R_{c2} + \frac{R_{a2} \times R_{ac}}{R_{a2} + R_{ac}} \cdot \left( 1 + \frac{\bar{p}_{c1} - R_{c1} \times \bar{Q}_{c1}}{R_{ac} \times \bar{Q}_{c2}} \right) \quad (6)$$

对方程(1)、(2)进行傅里叶变换,则得左右两侧颈内动脉输入阻抗  $Z_{c1}$ 、 $Z_{c2}$  的表达式:

$$Z_{c1} = \frac{\bar{p}_{c1}}{\bar{Q}_{c1}} = R_{c1} + \frac{1}{\frac{1}{R_{a1}} + \frac{1}{R_{ac}} + \left( \frac{1}{j\omega_n C_1} \right)^{-1}} \cdot \left( 1 + \frac{\bar{p}_{c2} - R_{c2} \cdot \bar{Q}_{c2}}{R_{ac} \cdot \bar{Q}_{c1}} \right) \quad (7)$$

$$Z_{c2} = \frac{\bar{p}_{c2}}{\bar{Q}_{c2}} = R_{c2} + \frac{1}{\frac{1}{R_{a2}} + \frac{1}{R_{ac}} + \left( \frac{1}{j\omega_n C_2} \right)^{-1}} \cdot \left( 1 + \frac{\bar{p}_{c1} - R_{c1} \cdot \bar{Q}_{c1}}{R_{ac} \cdot \bar{Q}_{c2}} \right) \quad (8)$$

对于后循环,设椎动脉远端的压力为  $p_o$ ,则后循环控制方程为:

$$\frac{p_o}{R_p} + C_v \cdot \frac{dp_o}{dt} = Q_{v1} + Q_{v2} \quad (9)$$

$$p_o = p_{v1} - R_{v1} \cdot Q_{v1} = p_{v2} - R_{v2} \cdot Q_{v2} \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)并分别施以积分和傅里叶变换,则可得定常阻力[见式(11)、(12)],左右两侧椎动脉的输入阻抗  $Z_{v1}$ 、 $Z_{v2}$ [见式(13)、(14)]。

$$\frac{\bar{p}_{v1}}{\bar{Q}_{v1}} = R_{v1} + R_p \cdot \left(1 + \frac{\bar{Q}_{v2}}{\bar{Q}_{v1}}\right) \quad (11)$$

$$\frac{\bar{p}_{v2}}{\bar{Q}_{v2}} = R_{v2} + R_p \cdot \left(1 + \frac{\bar{Q}_{v1}}{\bar{Q}_{v2}}\right) \quad (12)$$

$$Z_{v1} = \frac{\bar{p}_{v1}}{\bar{Q}_{v1}} = R_{v1} + \frac{R_p}{1 + j\omega_n C_v R_p} \cdot \left(1 + \frac{\bar{Q}_{v2}}{\bar{Q}_{v1}}\right) \quad (13)$$

$$Z_{v2} = \frac{\bar{p}_{v2}}{\bar{Q}_{v2}} = R_{v2} + \frac{R_p}{1 + j\omega_n C_v R_p} \cdot \left(1 + \frac{\bar{Q}_{v1}}{\bar{Q}_{v2}}\right) \quad (14)$$

### 1.3 阻抗模曲线法<sup>[13]</sup>

对于阻抗表达式(7)~(8)和(13)~(14),有如下结论:

$$\lim_{\omega_n \rightarrow +\infty} |Z_{ci}| = R_{ci} \quad (15)$$

$$\lim_{\omega_n \rightarrow +\infty} |Z_{vi}| = R_{vi} \quad (16)$$

式中:  $i \in \{1, 2\}$  分别表示左右两侧。考虑到高频信号易衰减,对流量和压力波形的傅里叶变换常展开到  $N = 8$  阶。对近端阻力 ( $R_{c1}$ 、 $R_{c2}$ 、 $R_{v1}$ 、 $R_{v2}$ ) 常采用如下公式近似:

$$R_{ci} = \frac{1}{N-2} \sum_{i=3}^N |Z_{ci}| \quad (17)$$

$$R_{vi} = \frac{1}{N-2} \sum_{i=3}^N |Z_{vi}| \quad (18)$$

通过上述方式,确定颈内动脉、椎动脉的阻力。对于前循环,结合生理假设给定前交通动脉的阻力,再根据式(5)、(6)即可计算前循环中所有的阻力。对于顺应性,通过式(7)、(8)求解。对于后循环,使用式(11)、(12)求解远端阻力,再根据式(13)、(14)求解顺应性。通过上述方法完成对整个模型的反问题求解。

### 1.4 阻抗分量法

根据频域空间内两侧颈内动脉、椎动脉的入口阻抗的表达式,结合定常方程,直接构造各阶分量的阻抗方程组进行求解,也可完成对模型参数的求解。这种方式可以根据流量和压力计算前交通动脉的阻力  $R_{ac}$ , 而不用通过假设给定。

以后循环为例,取上标  $i, k$  表示第  $i, k$  阶频率分量 ( $i, k = 1, 2, 3, 4$ ), 则上述方法对应的方程组如下:

$$\begin{cases} \frac{\bar{p}_{v1}}{\bar{Q}_{v1}} = R_{v1} + R_p \cdot \left(1 + \frac{\bar{Q}_{v2}}{\bar{Q}_{v1}}\right) \\ \frac{\bar{p}_{v2}}{\bar{Q}_{v2}} = R_{v2} + R_p \cdot \left(1 + \frac{\bar{Q}_{v1}}{\bar{Q}_{v2}}\right) \\ \frac{\bar{p}_{v1}^i}{\bar{Q}_{v1}^i} = R_{v1} + \frac{R_p}{1 + j\omega_i C_v R_p} \cdot \left(1 + \frac{\bar{Q}_{v2}^i}{\bar{Q}_{v1}^i}\right) \\ \frac{\bar{p}_{v2}^k}{\bar{Q}_{v2}^k} = R_{v2} + \frac{R_p}{1 + j\omega_k C_v R_p} \cdot \left(1 + \frac{\bar{Q}_{v1}^k}{\bar{Q}_{v2}^k}\right) \end{cases} \quad (19)$$

### 1.5 遗传算法

遗传算法是一种通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法,在求解较为复杂的组合优化问题时,通常能够较快地获得较好的结果<sup>[31-32]</sup>。遗传算法需要将原问题参数空间转换到新的便于编码的遗传参数空间,算法执行流程如图2所示。

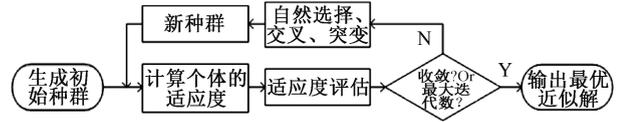


图2 遗传算法参数识别流程图

Fig.2 Parameter identification flow chart of genetic algorithm

本文中,遗传参数到原问题参数的转换如下:

对于前循环,5个遗传参数  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ 、 $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  的取值范围均为  $(0, 1)$ 。根据生理假设,取顺应性上界为  $C_{max}$ , 则原模型参数计算如下:

$$R_{c1} = \alpha_1 \cdot \frac{\bar{p}_{c1}}{\bar{Q}_{c1}} \quad (20)$$

$$R_{c2} = \alpha_2 \cdot \frac{\bar{p}_{c2}}{\bar{Q}_{c2}} \quad (21)$$

$$R_{ac} = \frac{\alpha_3 \bar{p}_{c2} - R_{c2} \cdot \bar{Q}_{c2}}{1 - \alpha_3 \bar{Q}_{c1}} \quad (22)$$

$$R_{a1} = \left( \frac{R_{ac} \cdot \bar{Q}_{c1} + \bar{p}_{c2} - R_{c2} \cdot \bar{Q}_{c2}}{(1 - \alpha_1) \cdot R_{ac} \cdot \bar{p}_{c1}} - \frac{1}{R_{ac}} \right)^{-1} \quad (23)$$

$$R_{a2} = \left( \frac{R_{ac} \cdot \bar{Q}_{c2} + \bar{p}_{c1} - R_{c1} \cdot \bar{Q}_{c1}}{(1 - \alpha_2) \cdot R_{ac} \cdot \bar{p}_{c2}} - \frac{1}{R_{ac}} \right)^{-1} \quad (24)$$

$$C_1 = \gamma_1 \cdot C_{\max} \quad (25)$$

$$C_2 = \gamma_2 \cdot C_{\max} \quad (26)$$

对于后循环,两个遗传参数  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  的取值范围也为(0,1)。则对应的模型参数转换方式如下:

$$R_p = \theta_1 \cdot \frac{\bar{p}_{v1}}{\bar{Q}_{v1}} \quad (27)$$

$$R_{v1} = \frac{\bar{p}_{v1}}{\bar{Q}_{v1}} - R_p \cdot \left(1 + \frac{\bar{Q}_{v2}}{\bar{Q}_{v1}}\right) \quad (28)$$

$$R_{v2} = \frac{\bar{p}_{v2}}{\bar{Q}_{v2}} - R_p \cdot \left(1 + \frac{\bar{Q}_{v1}}{\bar{Q}_{v2}}\right) \quad (29)$$

$$C_v = \theta_2 \cdot C_{\max} \quad (30)$$

使用上述得到的模型参数及入口条件计算压力波形。设求得的两侧颈动脉、椎动脉的压力序列为  $p'_{c1}$ 、 $p'_{c2}$ 、 $p'_{v1}$ 、 $p'_{v2}$ , 给定的压力序列为  $p_{c1}$ 、 $p_{c2}$ 、 $p_{v1}$ 、 $p_{v2}$ , 则前后循环适应度函数分别定义为:

$$\text{Fitness}_c = \frac{1}{\max(|p'_{c1} - p_{c1}|) \cdot \max(|p'_{c2} - p_{c2}|)} \quad (31)$$

$$\text{Fitness}_v = \frac{1}{\max(|p'_{v1} - p_{v1}|) \cdot \max(|p'_{v2} - p_{v2}|)} \quad (32)$$

式中: Fitness 为适应度函数,下标 c、v 分别表示颈内动脉、椎动脉。

因为前后循环模型的参数空间较大,故计算中使用解析解进行求解以加快速度。遗传算法参数设置如下:参数求解精度为  $10^{-4}$ ,遗传算法种群的个体数为 500,基因突变率和染色体交叉率分别为 0.05、0.8,最大迭代次数设置为  $10^3$ 。

## 1.6 边界条件

首先考虑正常和两侧椎动脉狭窄(横截面积减少 70%)的情况,此时两侧颈内动脉、椎动脉都使用对称的入口条件。4 个入口的压力和流量波形如图 3(a)所示<sup>[8]</sup>。

对正常流量波形叠加一定的随机噪声,保持压力不变,讨论算法的稳定性。假定流量序列的长度为  $M$ ,引入比例因子  $\beta = 0.15$ ,利用 MATLAB 自带的生成随机序列的函数 rand() 以及平均值函数 mean(), 则所加噪声的表达式为:

$$\text{err} = \text{rand}(M, 1) \quad (33)$$

$$\Delta Q_i = \beta \cdot \text{mean}(Q_i) \cdot (\text{err} - \text{mean}(\text{err})) \quad (34)$$

此时得到的入口流量波形如图 3(b)所示。

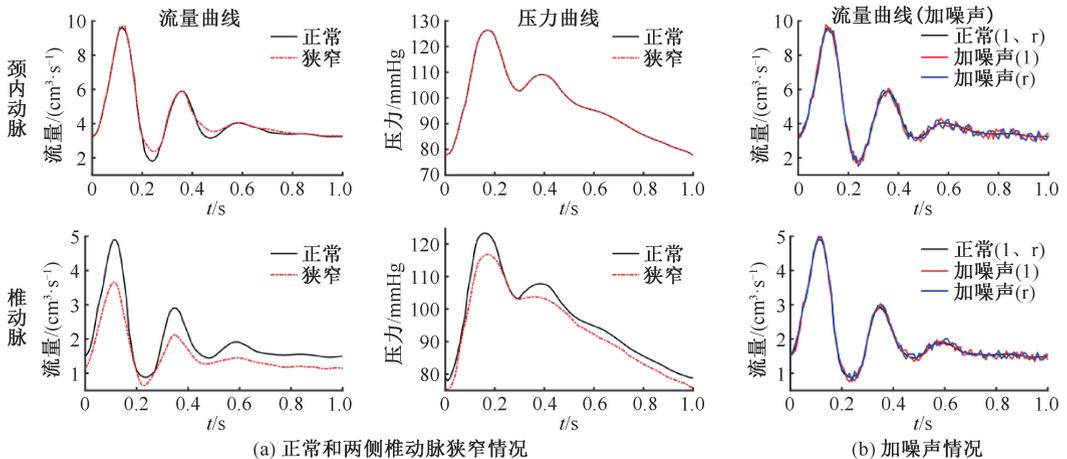


图3 不同情况下入口流量波形和压力波形<sup>[8]</sup>

Fig.3 Inlet flow waveform and pressure waveform under different states<sup>[8]</sup> (a) Under normal and bilateral vertebral artery stenosis conditions, (b) Under noisy conditions

注:1, r 分别表示左右两侧;1 mmHg=0.133 kPa。

## 1.7 Simulink 模型

对 3 种方法计算所得的模型参数使用 Simulink 建模进行算法验证。建立的模型如图 4 所示。使

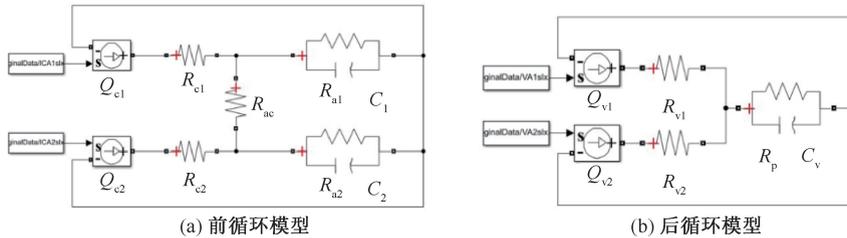


图 4 Simulink 电路模型(离散,0.01 s)

Fig.4 Simulink circuit model (a) Model of anterior circulation, (b) Model of posterior circulation

## 2 结果

本文中,模型参数阻力的单位为  $\text{mmHg} \cdot \text{s} \cdot \text{cm}^{-3}$ , 顺应性的单位为  $\text{cm}^3 \cdot \text{mmHg}^{-1}$  ( $1 \text{ mmHg} =$

用的求解器为 ode45(Dormand-Prince),步长模式为变步长(Variable-step)。求解 10 个周期(经检验已稳定),取最后 1 个周期作为最终结果。

0.133 kPa)。抗模曲线法、阻抗分量法、遗传算法 3 种方法及正常、两侧椎动脉狭窄、加噪声 3 种情况下识别的前后循环参数如表 3 所示。

表 3 参数识别结果

Tab.3 Results of parameter identification

参数	阻抗模曲线法			阻抗分量法			遗传算法		
	正常	椎动脉狭窄	加噪声	正常	椎动脉狭窄	加噪声	正常	椎动脉狭窄	加噪声
$R_{c1}$	2.60	2.61	2.68	0.75	1.29	0.63	1.30	1.26	1.38
$R_{c2}$	2.60	2.61	2.68	0.75	1.29	0.59	1.32	1.48	1.18
$R_{ac}$	1.21	1.21	1.21	18.27	20.61	16.64	2.53	2.75	2.65
$R_{a1}$	20.56	20.05	20.48	22.41	21.37	22.49	22.01	23.30	20.28
$R_{a2}$	20.56	20.05	20.57	22.41	21.37	22.68	21.66	19.59	23.83
$C_1$	0.009 8	0.009 7	0.010 2	0.009 5	0.009 0	0.011 8	0.011 8	0.010 5	0.011 8
$C_2$	0.009 8	0.009 7	0.009 7	0.009 5	0.009 0	0.011 0	0.011 7	0.011 8	0.011 0
$R_{v1}$	5.43	7.42	5.49	1.39	0.67	1.27	1.98	1.96	1.88
$R_{v2}$	5.43	7.42	5.58	1.39	0.67	1.25	1.98	1.96	1.86
$R_p$	21.89	26.80	21.71	23.91	30.17	23.85	23.62	29.52	23.55
$C_v$	0.011 3	0.008 7	0.011 5	0.011 3	0.009 7	0.0104	0.010 8	0.008 1	0.010 8

阻抗模曲线法在 3 种情况下对前循环参数的识别结果都较稳定。在双侧椎动脉狭窄时,其识别的近端阻力( $R_{v1}$ 、 $R_{v2}$ )显著增加、远端阻力明显增加、顺应性大幅减小。血管狭窄的同时,顺应性显著下降将严重影响远端脑血流灌注<sup>[33]</sup>。正常情况和加噪声情况识别的后循环参数相近。虽然这种方法识别的参数较稳定,也能够通过阻力变化表示实际的病变情况,但是通过这些参数计算出的压力曲线和实际压力还是有较大的差别。

阻抗分量法在 3 种情况下识别的前循环参数除去远端阻力外,其他参数值都不够稳定,出现了

不小的波动。对于后循环,相较正常情况,椎动脉狭窄时表现为近端阻力有所下降、远端阻力显著提高、顺应性明显下降;而在正常情况和加噪声时,近端阻力和远端阻力相差不大,但是顺应性出现较大变化,说明高频噪声成分对顺应性的影响较大。相较于阻抗模曲线法,阻抗分量法识别出来的参数能更好地还原压力波形。

因前循环模型较复杂,使用遗传算法难以构造对称格式,因而出现了即使前循环入口条件对称(正常、狭窄)时,两侧识别的参数仍不对称的情况,但参数的差异不算太大。在前循环中,遗传算法识别的 3 种情况的参数也比较稳定。在后循环中,狭

窄情况时,遗传算法识别的近端阻力相较正常情况变化不大,但远端阻力明显增加、顺应性显著下降;加噪声情况和正常时相比,其识别的参数差异不大。同样地,相较于抗阻模曲线法,遗传算法也能更好地还原压力曲线。

在椎动脉狭窄情况下,阻抗模曲线法能够反映近端阻力显著提高的现象,而阻抗分量法和遗传算法的识别结果更倾向于表明病因在于远端阻力的显著提高和顺应性的明显下降。

在正常和加噪声情况下,3种方法在识别模型

的远端阻力和顺应性上出现了较好的一致性,差异主要在于近端阻力、前交通动脉阻力。在近端阻力的识别上,阻抗模曲线法给出的结果最大,阻抗分量法最小,而遗传算法的识别结果位于中间。在前交通动脉阻力的计算中,阻抗模曲线法依据生理假设直接给定,阻抗分量法和遗传算法从流量压力数据计算得出。阻抗分量法识别的前交通动脉阻力远远大于参考值<sup>[18]</sup>,同时也与正常情况的生理实际不相符;遗传算法识别的前交通动脉阻力与参考值相近,较符合生理实际(见图5)。

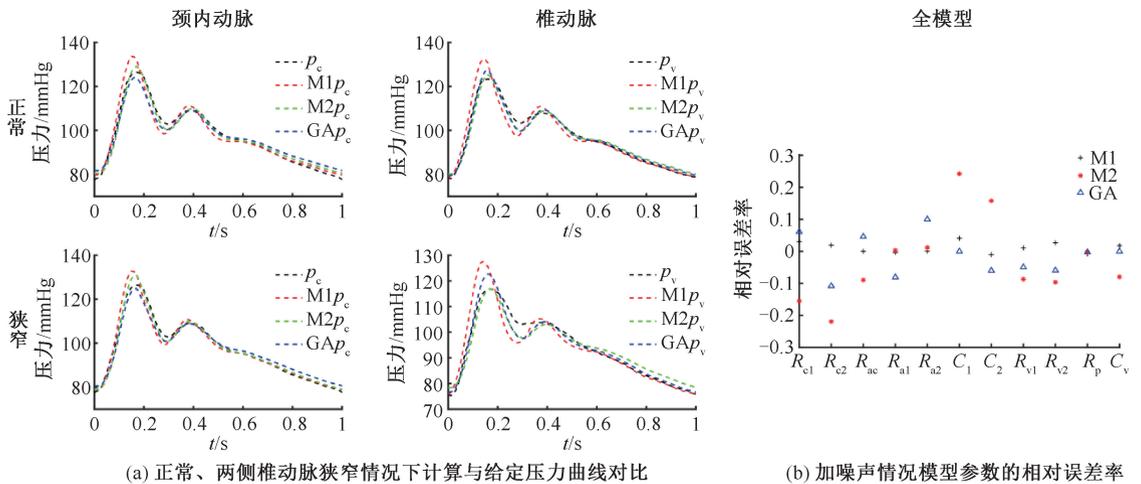


图5 压力曲线对比及稳定性分析结果

Fig.5 Comparison of pressure curves and stability analysis results (a) Comparison between pressure curves calculated and the given ones under normal and bilateral vertebral artery stenosis conditions, (b) Relative error rate of model parameters for noise-adding conditions relative to normal conditions

注: $p_c$ 、 $p_v$  分别表示颈内动脉和椎动脉压力;M1、M2、GA 分别表示阻抗模曲线法、阻抗分量法、遗传算法。

### 3 讨论

首先,3种方法识别的参数都没能完全还原给定的压力波形,推测原因如下:① 流量和压力波形本身存在一定的误差,即原始数据误差。② 将血管模型简化为电路模型时做了许多假设,忽略了一些细节信息,因而出现差别,即建模误差。③ 微分方程求解的过程中存在一些计算上的近似与误差,即计算误差。

其次,通过计算得到前交通动脉阻力而不是生理假设给定是有必要的,因为这样可以区分前交通动脉是否存在病变,提高模型反映数据所含信息的能力。但是阻抗分量法、遗传算法对前交通动脉阻力的计算存在较大差异,推测原因如下:① 给定的

流量和压力波形几乎都是对称的,因而前交通动脉的阻力对实际计算影响并不大,故可能出现误差较大的阻力。② 在本文使用的模型中,没有单独对大脑中动脉及其下游进行建模,但它是相对独立的分支,直接将其等效到大脑前半部分则会导致一定的问题。

最后,在后循环的参数识别中,近端阻力出现了较大差异,推测原因如下:① 阻抗模曲线法、阻抗分量法近端动脉出现的较大差异可能是因为理论上需要无穷高频率才能进行近似,但是往往噪声也是高频信号,而且在实际测量中噪声不可避免,因而可能导致高频阻抗成分变得不稳定,故将这个理论用到实际中还有一定问题。② 对于椎动脉狭窄病变,抗阻模曲线法能够预测近端阻力的升高,

但是阻抗分量法和遗传算法倾向于表明这种变化是由于远端阻力和顺应性的改变导致,说明这个问题可能存在多解性。分析出现这种情况的原因是模型假设忽略了后交通动脉。对于一个电路系统,给定入口的电压和电流波形时,其等效阻抗是确定的,但是它对应的电路结构及其对应的电路参数值不一定唯一。

综上所述,Willis 环 11 单元模型的应用还需结合具体的实验以及大量数据进行验证。同时,可以对模型进行优化,将后交通动脉考虑进来,并且对大脑中动脉及其下游使用集中参数模型建模耦合到现有模型中,适当地提升模型的复杂度。

## 4 结论

本文利用阻抗模曲线法、阻抗分量法和遗传算法 3 种算法对 Willis 环 11 单元模型进行参数识别。结果表明阻抗分量法相较于阻抗模曲线法、遗传算法稳定性不佳,并且在前交通动脉阻力的计算上出现较大问题。阻抗模曲线法能够反映椎动脉狭窄的实际病况,遗传算法能够补足阻抗模曲线法不能计算前交通动脉阻力的缺点,因而在将来的应用中,可以考虑结合这两种方法进行参数识别,致力于脑血管疾病的早期筛查。同时,通过分析 3 种算法得到的参数值发现,现有 Willis 环 11 单元模型存在一些缺陷,在下一步工作中可以进行调整优化。

## 参考文献:

- [ 1 ] 王京,李惜惜,史荫绵,等.兔动脉硬化时脑血管动力学参数的变化[J].第二军医大学学报,1992,13(6):543-546.
- [ 2 ] 钟俊炎.生后早期血液学参数预测早产儿有血流动力学意义动脉导管未闭的研究[J].中外医疗,2020,39(18):83-85.
- [ 3 ] 黄鹏.早期脑梗死 CT 影像学表现与血液动力学参数相关性及其临床意义研究[J].中国 CT 和 MRI 杂志,2020,18(9):17-19.
- [ 4 ] KRAMER PS. On the function of the circle of WILLIS[J]. J Exp Med, 1912, 15(4): 348-364.
- [ 5 ] CLARK ME, MARTIN JD, WENGLARZ RA, et al. Engineering analysis of the hemodynamics of the circle of Willis [J]. Arch Neurol, 1965, 13(2): 173-182.
- [ 6 ] CLARK ME, HIMWICH WA, MARTIN JD. A comparative examination of cerebral circulation models [J]. J Neurosurg, 1968, 29(5): 484-494.
- [ 7 ] CLARK ME, HIMWICH WA, MARTIN JD. Simulation studies of factors influencing the cerebral circulation [J]. Acta Neurol Scand, 2010, 43(2): 189-204.
- [ 8 ] HILLEN B, HOOGSTRATEN HW, POST L. A mathematical model of the flow in the circle of Willis [J]. J Biomech, 1986, 19(3): 187-194.
- [ 9 ] HILLEN B, DRINKENBURG BA, HOOGSTRATEN HW, et al. Analysis of flow and vascular resistance in a model of the circle of Willis [J]. J Biomech, 1988, 21(10): 807-814.
- [ 10 ] 丁光宏,覃开荣,高健,等.脑循环血液动力学研究:Willis 环定常流力学模型[J].中国生物医学工程学报,1998,17(1):89-96.
- [ 11 ] 姚伟,丁光宏,吕传真,等.脑 Willis 环动力学参数计算与临床应用[J].中国生物医学工程学报,2003,22(2):153-157.
- [ 12 ] 陈书宇,安悦,丁光宏.脑循环 Willis 环控制方程[J].辽宁师范大学学报(自然科学版),1999(1):66-71.
- [ 13 ] 姚伟,丁光宏,刘辉,等.脑循环动力学模型的参数识别[J].水动力学研究与进展(A辑),2003,18(5):595-600.
- [ 14 ] 王盛章,刘辉,丁光宏,等.脑循环分析仪的研制[J].中国医疗器械杂志,2001,25(4):196-199.
- [ 15 ] 龚剑秋.脑循环动力学模型、方法、临床与仪器设计[D].上海:复旦大学,2005.
- [ 16 ] WESTERHOF N, ELZINGA G, SIPKEMA P. An artificial arterial system for pumping hearts. [J]. J Appl Physiol, 1971, 31(5): 776-781.
- [ 17 ] 杨金凤,高涌佳,张弛,等.颈内动脉血流动力学研究:多尺度单、双向耦合模型对比[J].医用生物力学,2019,34(2):166-172.
- YANG JF, GAO YJ, ZHANG C, et al. Hemodynamics study of internal carotid artery: A comparison between unidirectional and bidirectional coupled multi-scale model [J]. J Med Biomech, 2019, 34(2): 166-172.
- [ 18 ] 丁光宏,魏岗之.脑循环动力学模型与血管输入阻抗模拟[J].生物医学工程学报,1997(1):4-10.
- [ 19 ] 柳兆荣,沈峰.血管输入阻抗[J].力学进展,1988,18(1):27-51.
- [ 20 ] 刘涛,程云章.阻抗出口边界条件下狭窄冠脉的数值模拟[J].生物医学工程学报,2015,36(2):77-80.
- [ 21 ] 孙树津,严宗毅,王大明,等.一种新的脑动静脉畸形血液动力学模型[J].力学学报,2003,35(5):524-532.
- [ 22 ] 徐又为,丁光宏.模拟卒中脑血流和心室做功变化的动力学模型[J].中国生物医学工程学报,2013,32(3):321-330.
- [ 23 ] 肖汉光,何为,刘兴华,等.基于电网络模型的动脉树输入阻抗递归计算及参数分析[J].医用生物力学,2011,26(1):18-23.
- XIAO HG, HE W, LIU XH, et al. Recursive calculation and parameter analysis on input impedance of arterial tree based on electric network model [J]. J Med Biomech, 2011, 26(1): 18-23.

- [24] 肖汉光. 心血管系统的电网络建模及动脉硬化与狭窄诊断研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2012.
- [25] 胡易. 基于分数阶理论的仿生血管网非线性流阻特性及实验研究[D]. 长春: 吉林大学, 2020.
- [26] 关德宝. 细动脉结构树模型的构建及其在高血压和法洛四联症血流动力学方面的应用研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2017.
- [27] 李岩, 袁弘宇, 于佳乔, 等. 遗传算法在优化问题中的应用综述[J]. 山东工业技术, 2019(12): 242-243.
- [28] 姚静, 虞随, 胡婧昕. 基于遗传算法的锂离子电池等效电路参数识别[J]. 计算机测量与控制, 2017, 25(11): 252-256.
- [29] 吴龙, 任红民, 毕惟红. 遗传算法求解非线性方程组研究综述[J]. 电子科技, 2014, 27(4): 173-178.
- [30] 常媛, 张志远, 罗健, 等. 最优解算法综述[J]. 土木建筑工程信息技术, 2017, 9(3): 115-118.
- [31] 李敏强, 寇纪淞, 林丹, 等. 遗传算法的基本理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [32] 赵改善. 求解非线性最优化问题的遗传算法[J]. 地球物理学进展, 1992(1): 90-97.
- [33] 余龙, 徐柯淞, 万军, 等. 血管壁弹性模量对颈动脉狭窄血流储备分数的影响[J]. 医用生物力学, 2020, 35(4): 397-402.
- YU L, XU KS, WAN J, *et al.* The effect from elastic modulus of vessels on fractional flow reserve of carotid artery stenosis [J]. J Med Biomech, 2020, 35(4): 397-402.